

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВПО «ИГУ»
д.ф.-м.н., профессор
А. В. Аргучинцев

«05»



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего профессионального образования
«Иркутский государственный университет»

Диссертация «Аналитические решения задачи об инициировании тепловой волны для нелинейного уравнения теплопроводности» выполнена на кафедре математического анализа и дифференциальных уравнений Института математики, экономики и информатики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Иркутский государственный университет» (ФГБОУ ВПО «ИГУ»).

В период подготовки диссертации соискатель Кузнецов Павел Александрович учился в аспирантуре (2012–2015) в ФГБОУ ВПО «ИГУ» и работал (2014–2015) в Институте математики, экономики и информатики ФГБОУ ВПО «ИГУ» на кафедре математического анализа и дифференциальных уравнений в должности преподавателя.

В 2012 году окончил ФГБОУ ВПО «ИГУ» по специальности «Математика».

Удостоверение о сдаче кандидатских экзаменов выдано ФГБОУ ВПО «ИГУ» в 2015 г.

Научный руководитель – д.ф.-м.н. Казаков Александр Леонидович, федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт динамики систем и теории управления Сибирского отделения Российской академии наук.

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

Диссертация Кузнецова Павла Александровича посвящена доказательству теорем существования и единственности аналитических решений задач с вырождением специального вида для нелинейного уравнения теплопроводности в полярных и сферических координатах, которые могут быть ин-

терпретированы как задачи об инициировании тепловой волны краевым режимом, заданным на замкнутой достаточно гладкой поверхности, ограничивающей область, обладающую свойством звездности.

В работе получены следующие результаты:

1. Доказаны новые теоремы существования и единственности аналитических решений задач с вырождением специального вида для нелинейного уравнения теплопроводности в полярных и сферических координатах.
2. Построены решения вышеупомянутых задач в виде двойных рядов по степеням физических переменных, коэффициенты которых определяются при решении невырожденных трехдиагональных систем линейных алгебраических уравнений. Получены рекуррентные формулы для коэффициентов.
3. Показано, что с использованием доказанных в диссертации утверждений могут быть построены аналитические тепловые волны, порожденные краевым режимом, заданным на замкнутых поверхностях, таких, как а) круговой цилиндр; б) сфера; в) аналитическая кривая, ограничивающая двумерную звездную область; г) аналитическая поверхность, ограничивающая звездную область в трехмерном пространстве.
4. Выполнены иллюстрирующие численные расчеты на основе отрезков рядов. Проведено сравнение полученных результатов с результатами применения метода граничных элементов, показавшее хорошее их соответствие.

При этом в работе используются методы теории дифференциальных уравнений в частных производных и методы математического анализа, в том числе, метод мажорант и метод степенных рядов, а также методы линейной алгебры, в частности, методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Актуальность темы. В диссертационной работе исследуется нелинейное уравнение теплопроводности в случае степенной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры и задачи с краевым режимом для него.

Нелинейное уравнение теплопроводности имеет широкую область применения и помимо, собственно, описания процессов распространения тепла, используется в теории фильтрации жидкостей и газов, в теории движения грунтовых вод, в биологии при построении математических моделей роста и миграции популяций, в химической кинетике и т. д.

Значительный интерес (в том числе, с точки зрения приложений) представляет исследование задачи об инициировании тепловой волны, распространяющейся по холодному фону с конечной скоростью, для нелинейного уравнения теплопроводности. Большинство публикаций, посвященных исследованию таких задач, затрагивают лишь случай, когда уравнение поверхности, на которой заданы краевые условия, может быть однозначно разрешено относительно одной из переменных. Вместе с тем, случай, когда гранич-

ные условия заданы на замкнутой поверхности, представляется перспективным с точки зрения приложений уже потому, что задача о нагреве ограниченной области выглядит естественнее, чем о нагреве полупространства.

Исследуемые в данной диссертационной работе задачи могут быть интерпретированы как задачи об иницировании тепловой волны краевым режимом, заданным на замкнутой достаточно гладкой поверхности, ограничивающей область, обладающую свойством звездности.

Научная новизна. В диссертации доказаны новые теоремы существования и единственности аналитических решений задач с вырождением специального вида для нелинейного уравнения теплопроводности в полярных и сферических координатах, которые могут быть интерпретированы как задачи об иницировании тепловой волны краевым режимом, заданным на замкнутой достаточно гладкой поверхности, ограничивающей область, обладающую свойством звездности. Для этих задач построены решения в виде кратных степенных рядов по степеням физических переменных. Коэффициенты рядов определяются из трехдиагональных систем линейных алгебраических уравнений. При этом элементы матриц систем зависят от их порядка, и не выполняется условие диагонального преобладания. Для коэффициентов рядов получены рекуррентные формулы. В случаях цилиндрической и сферической симметрии выполнены иллюстрирующие численные расчеты на основе отрезков рядов. Проведено сравнение их результатов с результатами расчетов, выполненных с помощью метода граничных элементов, показавшее хорошее соответствие.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты, полученные в диссертационной работе, носят преимущественно теоретический характер. Работа содержит ряд новых строго доказанных теорем о существовании и единственности аналитических решений задач с краевым режимом специального вида для нелинейного уравнения теплопроводности в полярных и сферических координатах, что вносит вклад в теорию дифференциальных уравнений с частными производными. Помимо этого работа имеет и определенное практическое значение: поскольку решения строятся в конструктивном виде (в виде степенных рядов по физическим переменным), что позволяет использовать полученные формулы для анализа свойств решений, а также для проведения и проверки численных расчетов в задаче о построении тепловой волны, движущейся по холодному фону с конечной скоростью.

Материалы диссертации могут быть использованы при разработке спецкурсов для студентов-математиков, при написании курсовых и дипломных работ, магистерских диссертаций.

Достоверность результатов, полученных в диссертации, обусловлена строгостью доказательств, в которых используются классические подходы и методы теории дифференциальных уравнений в частных производных и математического анализа. Полученные результаты были опубликованы в рецен-

зируемых научных журналах и прошли обсуждение на представительных научных семинарах и конференциях.

Результаты диссертационного исследования были представлены на 19 научных мероприятиях, 5 из которых носят статус международных и 2 – всероссийских.

Материалы диссертации опубликованы в 14 печатных работах, среди которых 1 статья в журнале, индексируемом в Scopus, 2 статьи в журналах, рекомендованных ВАК для опубликования результатов диссертаций, 1 статья в журнале, индексируемом в РИНЦ и 1 монография.

Диссертация «Аналитические решения задачи об инициировании тепловой волны для нелинейного уравнения теплопроводности» Кузнецова Павла Александровича удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, и рекомендуется к защите.

Заключение принято на расширенном заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Института математики, экономики и информатики ФГБОУ ВПО «ИГУ».

Присутствовало на заседании 13 чел. Результаты голосования: «за» – 13 чел., «против» – 0 чел., «воздержалось» – 0 чел., протокол № 4 от 1 декабря 2014 г.



Зав. кафедрой математического анализа
и дифференциальных уравнений,
д.ф.-м.н., профессор
Фалалеев Михаил Валентинович