

Отзыв научного руководителя на диссертацию

Кузнецова Павла Александровича

«Аналитические решения задачи об инициировании тепловой волны для нелинейного уравнения теплопроводности»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертация П.А. Кузнецова посвящена изучению вопросов существования и построению кусочно-аналитических решений задачи об инициировании тепловой волны для нелинейного уравнения теплопроводности в случае степенной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры. В англоязычной литературе исследуемое уравнение носит название «The porous medium equation».

Как известно, уравнение теплопроводности является одним из трех классических дифференциальных уравнений математической физики и, помимо, собственно, описания процессов распространения тепла, используется в теории фильтрации жидкостей и газов, в теории движения грунтовых вод, при построении математических моделей роста и миграции популяций и т. д.

В линейном случае уравнение теплопроводности достаточно давно и хорошо изучено. Однако при всей своей универсальности, линейные модели не всегда оказываются достаточно точными для отражения реальных физических явлений (например, линейное уравнение теплопроводности малоприспособлено для описания высокотемпературных процессов). В таких случаях обычно используются нелинейные аналоги. Главное отличие нелинейного уравнения теплопроводности от линейного заключается в том, что коэффициент теплопроводности представляет собой функцию, зависящую от температуры.

Содержательным классом решений такого уравнения являются тепловые волны, распространяющиеся по холодному фону с конечной скоростью,

которые могут порождаться краевым режимом, заданным на некоторой неподвижной поверхности. Для ряда подобных задач А.Ф. Сидоровым и его учениками были доказаны теоремы существования и единственности кусочно-аналитических решений. Однако следует отметить, что большинство результатов, полученных ранее в научной школе А.Ф. Сидорова, относятся к случаю, когда уравнение поверхности, на которой заданы краевые условия, может быть однозначно разрешено относительно одной из переменных. Вместе с тем, случай, когда краевые условия заданы на замкнутой поверхности, представляется весьма перспективным с точки зрения приложений поскольку задача о нагреве ограниченной области выглядит естественнее, чем о нагреве полупространства.

Так, в диссертации исследуются задачи с вырождением специального вида для нелинейного уравнения теплопроводности в полярных и сферических координатах, которые могут быть интерпретированы как задачи об инициировании тепловой волны краевым режимом, заданным на замкнутой достаточно гладкой поверхности, ограничивающей область, обладающую свойством звездности.

Работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложений. Во введении приведен исторический обзор и современное состояние исследований, посвященных нелинейному уравнению теплопроводности, обозначены цели и методы исследования, обоснована актуальность работы, ее теоретическая и практическая значимость. В Главе 1 исследуется задача с краевым режимом, заданным на сфере или цилиндре. В первых трех ее разделах формулируется и доказывается теорема о существовании и единственности аналитического решения и построение последнего в виде ряда. В разделе 1.4 приводятся результаты иллюстрирующих численных расчетов, которые выполнены с помощью отрезков ряда. Проводится сравнение полученных результатов с результатами расчетов, выполненных методом граничных элементов. В разделе 1.5 результаты,

полученные в разделах 1.1–1.3, переносятся на случай трех пространственных переменных. Во второй главе представлены результаты исследования начально-краевой задачи с вырождением для нелинейного уравнения теплопроводности с данными на границе множества, обладающего свойством звездности для двух пространственных переменных. В третьей главе обобщаются результаты из Главы 2 на случай трех пространственных переменных.

Считаю, что П.А. Кузнецов успешно справился с решением поставленных перед ним задач. В ходе работы над диссертацией П.А. Кузнецов продемонстрировал высокий профессиональный уровень, трудолюбие, добросовестность, настойчивость и целеустремленность. Диссертационная работа написана на высоком математическом уровне и прошла хорошую апробацию на различных конференциях и семинарах.

Результаты, выносимые на защиту, получены соискателем лично и полностью отражены в трех публикациях в журналах из списка ВАК, перевод одной из которых проиндексирован в базе Scopus.

Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание.

Считаю, что диссертация П.А. Кузнецова выполнена на хорошем теоретическом уровне, содержит новые интересные результаты в области нелинейных уравнений с частными производными и соответствует всем требованиям, предъявляемым ВАК к кандидатским диссертациям, что является основанием для присуждения П.А. Кузнецову ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный руководитель, заведующий
лабораторией математических методов
анализа свойств динамических систем,
доктор физико-математических наук

А.Л. Казаков

12.02.2015



Подпись заверяю
Нач. отдела делопроизводства
и организационного обеспечения
ИДСТУ СО РАН

Г.Б. Кононенко